

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ:

проректор по научно-методической
и учебной работе

Е.И. Скафа

«21» апреля 2021 г.

МП



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ТОПОЛОГИЯ»

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Профиль подготовки: Математика

Образовательная программа: Бакалавриат

Квалификация: Академический бакалавр

Форма обучения: очная

Донецк 2021

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики и
информационных технологий

Моисеенко И.А.



Рабочая программа учебной дисциплины «Топология» составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018 г. № 8; Государственного образовательного стандарта высшего образования (ГОС ВО) Донецкой Народной Республики (ДНР) (проекта) по направлению подготовки 01.03.01 Математика; Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики от 10.11.2017 г. № 1171 (с изменениями и дополнениями); учебного плана и основной профессиональной образовательной программы высшего образования направления подготовки 01.03.01 Математика, профиля: «Математика», разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Доцент кафедры математического анализа и
Дифференциальных уравнений, к. ф.-м. н.

Л. Л. Оridoroga

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 9 от «23» марта 2021 г.

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 4 от «14» апреля 2021 г.

Председатель учебно-методической комиссии
факультета математики и информационных технологий

Л. И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Топология» относится к базовой части образовательной программы. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания и умения, формируемые *предшествующими дисциплинами – алгебра и начала анализа курса средней школы, геометрия средней школы, алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ, дискретная математика*. Знания и умения, полученные в ходе изучения дисциплины «Топология» являются основой для изучения *последующих дисциплин: функциональный анализ, комплексный анализ, дифференциальная геометрия, теория меры и интеграла, уравнения математической физики, вариационное исчисление и методы оптимизации*.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Характеристика учебной дисциплины	Форма обучения	
	Очная	Заочная
Направление подготовки	01.03.01 Математика	
Профиль	Математика	
Образовательная программа	Бакалавриат	
Квалификация	Академический бакалавр	
Количество содержательных модулей и тем	1 (4)	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Базовой части	
Формы контроля	1 модульный контроль, 1 зачет в 3 семестре	
Год подготовки	2	
Семестр	3	
Количество зачетных единиц	3	
Количество часов всего	108	
в т.ч.:		
- лекционных	36	
- практических или семинарских	18	
- лабораторных		
- самостоятельной работы	54	
в т.ч. индивидуальное задание		
Недельное количество часов	6	
в т. ч. : - аудиторных	3	
- самостоятельной работы студента	3	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель изучения дисциплины «Топология» – фундаментальная подготовка в области топологии; овладение методами решения основных типов задач по топологии; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи: показать возможность использования аппарата топологии при решении теоретических и прикладных задач.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины «Топология» направлен на формирование элементов следующих **компетенций** в соответствии с ФГОС ВО РФ, ГОС ВО ДНР (проект) по направлению подготовки 01.03.01 Математика и основной профессиональной образовательной программы высшего образования

направления подготовки 01.03.01 Математика, профили: «Математика»:

Общепрофессиональные компетенции (ОПК):	
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-3	Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики
Профессиональные компетенции (ПК):¹	
ПК-3	Способен осуществлять преподавание по дополнительным общеобразовательным программам

Индикаторы достижения компетенций и результаты обучения². Достижение компетенций оценивается на основе таких индикаторов и соответствующих им результатов обучения:

Общепрофессиональные компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1_. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1. И-1. Может применять полученные знания в других разделах математики	Знает определения и теоремы из курса «Топология»
		Знает основные типы топологических пространств и действий над ними
		Знает свойства важнейших классов топологических пространств
		Умеет применять теоремы топологии в других разделах математики
		Умеет использовать методы топологии при решении различных математических задач
ОПК-3_. Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	ОПК-3. И-1. Понимает взаимосвязь между различными разделами топологии	Знает определения и теоремы из курса «Топология»
		Знает основные разделы предмета «Топология»
		Знает связь между теоремами топологии и других разделов математики
		Умеет рассказать формулировки и доказательства основных теорем топологии
		Умеет объяснять основные результаты топологии

Профессиональные компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ПК-3. Способен осуществлять преподавание по дополнительным общеобразовательным программам	ПК-3. И-1. Умеет пояснять основные результаты топологии и их применение в	Знает определения и теоремы из курса «Топология»
		Знает связь между теоремами топологии и других разделов математики
		Знает применения топологических методов в различных разделах математики

¹ Если ПК взята из профессионального стандарта – можно указать название профстандарта, кем и когда утвержден, регистрационный номер профстандарта

² Количество индикаторов по каждой компетенции может варьироваться (от одного и более).

(профстандарт 01.003 «Педагог дополнительного образования детей и взрослых». ОТФ А.6)	различных разделах математики	Умеет рассказать о применении топологических теорем в различных разделах математики
		Умеет рассказать о взаимосвязи топологии и других разделов математики

4. ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Топология» предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студентов.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных и исследовательских методов преподавания. При проведении лекций и практических занятий используются мел, доска и тряпка.

В учебном процессе широко применяются активные и интерактивные формы проведения занятий, внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости. В учебном процессе используются интернет-ресурсы по данному курсу; самостоятельная работа; контрольные работы.

Самостоятельная работа студентов предусматривает подготовку к практическим занятиям, подготовку конспектов по отдельным вопросам изучаемых тем, изучение учебной и методической литературы, аннотаций статей.

Тематический план дисциплины «Топология»

Темы	Вопросы темы
Содержательный модуль 1.	
1. Теория множеств	Множества и действия с ними. Сравнение мощностей множеств. Упорядоченные множества. Вполне упорядоченные множества. Аксиома выбора. Ординальные и кардинальные числа. Свойства основных мощностей.
2. Метрические пространства	Метрические пространства. Предел последовательности и предел отображения метрических пространств. Непрерывность отображений. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах Множества первой категории и теорема Бэра.
3. Топологические пространства.	Топологические пространства. Открытые и замкнутые множества в топологических пространствах. Базы и предбазы. Действия над топологическими пространствами (подпространство, прямая сумма, тихоновское произведение, факторпространство). Основные топологические инварианты пространств (мощность, вес, плотность, характер). Аксиомы отделимости. Аксиомы счётности. Компактность, счётная компактность и секвенциальная компактность.
4. Основы алгебраической топологии.	Топологические группы. Гомотопии. Фундаментальная группа. Многообразия. Касательные расслоения. Дифференцируемые многообразия. Гладкие расслоения дифференцируемых многообразий.

* – практико-ориентированные темы.

** – вопросы, выносимые на самостоятельное изучение.

Структура дисциплины «Топология» по видам учебной деятельности

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов							
	Очная форма обучения				Заочная форма обучения			
	Всего	в т.ч.			Всего	в т.ч.		
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа		Лекции	Практические	Самостоятельная работа
Содержательный модуль 1.								
1. Теория множеств	24	8	4	12	24	1	1	22
2. Метрические пространства	24	8	4	12	24	1	1	22
3. Топологические пространства.	43	14	8	21	39	2	1	36
4. Основы алгебраической топологии.	17	6	2	9	21	2	1	18
Итого по содержательному модулю 1	108	36	18	54	108	6	4	98
Всего часов	108	36	18	54	108	6	4	98

5. ТЕМАТИКА ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Сравнение множеств.	2	
2	Частично, линейно и вполне упорядоченные множества	2	
3	Аксиома выбора, лемма Цорна, теорема Цермело.	2	
4	Основные мощности и их свойства.	2	
5	Метрические пространства. Предел и непрерывность.	2	
6	Полные метрические пространства. Теорема о пополнении и теорема Бэра.	2	
7	Две классификации точек множеств в метрических пространствах.	2	
8	Открытые и замкнутые множества и их свойства.	2	
9	Топологические пространства и способы их задания.	3	
10	.Открытые и замкнутые множества. Непрерывность и гомеоморфизмы.	3	
11	Основные операции над метрическими пространствами	2	
12	Топологические инварианты.	2	
13	Аксиомы отделимости и аксиомы счётности.	2	

14	Различные виды компактности.	2	
15	Топологические группы. Гомотопии. Фундаментальная группа.	2	
16	Многообразия. Касательные расслоения.	2	
17	Дифференцируемые многообразия. Гладкие расслоения дифференцируемых многообразий.	2	
Всего		36	

Темы практических занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Сравнение множеств.	2	
2	Частично, линейно и вполне упорядоченные множества	2	
3	Метрические пространства. Предел и непрерывность.	2	
4	Открытые и замкнутые множества и их свойства.	2	
5	Топологические пространства и способы их задания.	2	
6	Открытые и замкнутые множества. Непрерывность и гомеоморфизмы.	2	
7	Топологические инварианты.	2	
8	Различные виды компактности.	2	
9	Топологические группы. Гомотопии. Фундаментальная группа.	2	
Всего		18	

6. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

№ п/п	Название темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Сравнение множеств.	3	
2	Частично, линейно и вполне упорядоченные множества	3	
3	Аксиома выбора, лемма Цорна, теорема Цермело.	3	
4	Основные мощности и их свойства.	3	
5	Метрические пространства. Предел и непрерывность.	3	
6	Полные метрические пространства. Теорема о пополнении и теорема Бэра.	3	
7	Две классификации точек множеств в метрических пространствах.	3	
8	Открытые и замкнутые множества и их свойства.	3	
9	Топологические пространства и способы их задания.	4	

10	.Открытые и замкнутые множества. Непрерывность и гомеоморфизмы.	3	
11	Основные операции над метрическими пространствами	3	
12	Топологические инварианты.	3	
13	Аксиомы отделимости и аксиомы счётности.	3	
14	Различные виды компактности.	5	
15	Топологические группы. Гомотопии. Фундаментальная группа.	3	
16	Многообразия. Касательные расслоения.	3	
17	Дифференцируемые многообразия. Гладкие расслоения дифференцируемых многообразий.	3	
Всего		54	

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Содержательный модуль 1.

1. Множества и операции с ними. Декартово произведение.
2. Сравнение множеств.
3. Теорема Кантора–Бернштейна.
4. Теорема Кантора о мощностях.
5. Частично упорядоченное множество.
6. Линейно упорядоченное множество.
7. Вполне упорядоченное множество.
8. Аксиома Выбора.
9. Лемма Цорна.
10. Теорема Цермело.
11. Счётные множества и их свойства.
12. Множества мощности континуум и их свойства.
13. Множества мощности $\aleph_1$.
14. Метрические пространства.
15. Предел в метрическом пространстве.
16. Предельные и изолированные точки. Точки прикосновения.
17. Непрерывные отображения метрических пространств.
18. Внутренние, внешние и изолированные точки.
19. Открытые и замкнутые множества. Связь между ними.
20. Связь открытости (замкнутости) с непрерывностью.
21. Полные метрические пространства.
22. Теорема о пополнении.
23. Теорема о вложенных шарах.
24. Множества первой категории.
25. Теорема Бэра.
26. Топологические пространства.
27. Базы и предбазы.
28. Естественная топология метрических пространств.
29. Естественная топология упорядоченных пространств.
30. Подпространство и факторпространство.
31. Открытые и замкнутые отображения.

32. Тихоновское произведение.
33. Аксиомы отделимости.
34. Основные топологические инварианты.
35. Аксиомы счётности.
36. Компактные, счётно компактные и секвенциально компактные пространства.
37. Топологическая группа.
38. Гомотопии. Фундаментальная группа.
39. Многообразия. Карты и атласы.
40. Касательное расслоение.
41. Дифференцируемое многообразие.

8. ОБРАЗЕЦ ЗАДАНИЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Образовательная программа: бакалавриат

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Профиль: Математика

Очная форма обучения. Семестр: __3__

Учебная дисциплина: __Топология__

Модульная контрольная работа

Вариант № 1

1. Теорема Кантора–Бернштейна..
 2. Предел в метрическом пространстве.
 3. Теорема Бэра.
 4. Может ли пространство со счётными плотностью и характером иметь несчётный вес?
- 1.

9. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

Номер задания	Количество баллов
1	10
2	10
3	10
4	20
<i>Всего</i>	<i>50</i>

10. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа оценивается в 30 баллов. В разрезе отдельных тем оценивание осуществляется следующим образом.

Оценивание СРС и ИРС по дисциплине «Топология»

Названия содержательных модулей и тем	СРС	ИРС
Содержательный модуль 1.		
1. Теория множеств	10	
2. Метрические пространства	5	

3. Топологические пространства.	10	
4. Основы алгебраической топологии.	5	
Итого по 1-му содержательному модулю	30	
Всего баллов	30	

11. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОБЩЕЙ УСПЕВАЕМОСТИ

В течение семестра обучающийся может заработать баллы за следующие виды деятельности: выполнение текущих контрольных и самостоятельных работ – 50 баллов, модульный контроль по вопросам к промежуточной аттестации (зачету) – 50 баллов. По результатам работы в семестре обучающийся получает зачет. В случае недостаточного количества баллов для получения зачета, предлагается зачетная контрольная работа по вопросам к промежуточной аттестации. Максимальное количество баллов за зачетную работу – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на зачете и выставляется согласно шкале, принятой в ДонНУ.

Содержательные модули	Вид работы	Баллы
Содержательный модуль 1	Организационно-учебная работа студента в	20
	Самостоятельная работа	30
	Модульная контрольная работа	50
	Итого	100
Общий итог		100

Порядок оценивания учебных достижений обучающихся

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале	
		экзамен, дифференцированный зачет	зачет
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной аттестации	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в главном учебном корпусе университета. Для проведения лекционных и практических занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных.

В процессе обучения студенты имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине «Топология», размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ГОУ ВПО «ДонНУ». С использованием ресурсов платформы дистанционного

образования также осуществляется текущий контроль знаний студентов на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

13. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
<i>Основная литература</i>			
1.	Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию : [Учеб. пособие для мат. специальностей вузов] / П. С. Александров. - М. : Наука, 1977. - 368 с.	45	
2.	Синюков, Н. С. Топология : [Учеб. пособие для мат. специальностей ун-та] / Н. С. Синюков, Т. И. Матвеев. - К. : Вища шк., 1984. - 264 с.	18	
<i>Дополнительная литература</i>			
3.	Энгелькинг, Р. Общая топология : пер. с англ. / Р. Энгелькинг ; пер. [и предисл.] М. Я. Антоновского, А. В. Архангельского. - Москва : Мир, 1986. - 744 с.	1	
4.	Справочная книга по математической логике : В 4 ч. : Пер. с англ. Ч. 2 : Теория множеств / Под ред. Дж. Барвайса ; [Д. Р. Шенфилд, Т. Д. Йех, К. Кюннен и др.] ; Пер. В. Г. Кановея ; Под. ред. В. Н. Гришина. - М. : Наука, 1982. - 375 с.	2	
5.	Кановей, В. Г. Аксиома выбора и аксиома детерминированности / В. Г. Кановей. - Москва : Наука, 1984. - 65 с.	2	

Допускается использование ЭБС, с которыми у Университета заключен договор и к которым есть доступ через сайт научной библиотеки ДонНУ со страницы <http://library.donnu.ru/russ/infpro.html>

14. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений);
4. Лицензии GPL для свободного программного обеспечения: Антивирус Касперского, Libre Office, Adobe Acrobat Reader, xPDF, Paint.NET.

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202__ год. Протокол заседания кафедры № ____ от «___» _____ 202__ г.

Зав. кафедрой

подпись

ФИО

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202__ год. Протокол заседания кафедры № ____ от «___» _____ 202__ г.

Зав. кафедрой

подпись

ФИО

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202__ год. Протокол заседания кафедры № ____ от «___» _____ 202__ г.

Зав. кафедрой

подпись

ФИО